ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

**ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА И КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ**

1. ***Цель работы***

Изучение закономерностей в движении пла­нет и вычисление их конфигураций.

1. ***Краткие теоретические сведения***

Движение планет вокруг Солнца описывается законами Кеплера. Величина большой полуоси а орбиты планеты является средним рас­стоянием планеты от Солнца. Благодаря незначительным *эксцентри­ситетам* ***е*** и *наклонениям****i*** орбит больших планет, можно при решении многих задач полагать эти орбиты круговыми, имеющими *радиус* ***а*** и лежащими практически в одной плоскости — в плоскости эклиптики. Исключением являются орбиты планет Меркурия и Плутона.

Угловая и линейная скорость планеты на орбите периодически изменяются в соответствии со вторым законом Кеплера, и их средние значения могут быть подсчитаны *по среднему расстоянию* ***а*** планеты от Солнца. В самом деле, ***средняя суточная угловая скорость планеты,*** *называемая* ***средним угловым движением планеты,***

 (1)

где *Т* — ***звездный (сидерический) период обращения       планеты вокруг Солнца***, выраженный в средних сутках.

Очевидно, для Земли

*,* (2)

и тогда

  *,* (3)

причем в формуле (3) *Т и* $T\_{0}$могут быть выражены либо в сутках, либо в годах, но обязательно в одинаковых единицах времени.

Подставляя в формулу (3) отношение , найденное из третьего

закона Кеплера, получим ***n*** в функции среднего расстояния ***а*** планеты от Солнца.

Сравнивая среднюю линейную скорость движения планеты по ор­бите



со средней скоростью движения Земли



и используя третий закон Кеплера, найдем зависимость $ϑ\_{a}$ от ***a***.

Формулы для ***n***и $ϑ\_{a}$ значительно упрощаются, если ***a*** выразить в а. е. и принять для Земли $n\_{0}≈$1$°$ и $ϑ\_{0}≈30 $км/сек.

Звездный ***Т*** и синодический ***S*** периоды обращения планеты связаны между собой уравнением синодического движения, и проще всего вычислять эти периоды в годах, полагая для Земли ее звездный период обращения равным 1 (один год). В случае необходимости найденные значения ***S***  и ***Т*** всегда могут быть выражены в сутках. Точно так же, третий закон Кеплера принимает наиболее простой вид при выраже­нии ***Т***в годах и ***а***в а. е.

Рисунок 1

Взаимное расположение планет легко устанавливается по их гелио­центрическим эклиптическим сферическим координатам, значения которых на различные дни года публикуются в астрономических ка­лендарях-ежегодниках, в таблице под названием «гелиоцентрические долготы планет».

*Центром этой системы координат является центр Солнца* (рис. 1), а основным кругом — эклиптика, полюсы которой***П*** и ***П'*** отстоят от нее на 90$°$.

*Большие круги, проведенные через по­люсы эклиптики, называются* ***кругами широты***, *и по ним отчитывает­ся от эклиптики* ***гелиоцентрическая широта*** $β$***,***которая считается положительной в северном эклиптическом полушарии и отрицательной в южном эклиптическом полушарии небесной сферы. ***Гелиоцентри­ческая долгота***$λ $*отсчитывается по эклиптике от точки весеннего рав­ноденствия* ***ϓ*** *против часовой стрелки до основания круга широты светила и имеет значения в пределах от 0*$°$ *до 360*$°$*.*

Рисунок 2

Из-за малого наклонения орбит больших планет к плоскости эклиптики, эти планеты всегда находятся вблизи эклиптики, и в первом приближении мо­жно считать их гелиоцентри­ческую широту $β≈$0°, опре­деляя положение планеты относительно Солнца лишь одной ее гелиоцентрической долготой$l $. В этом случае расположение планет относи­тельно Солнца изображается на чертеже, плоскость кото­рого принимается за плос­кость эклиптики (рис. 2) и на котором одно из направлений принимается за направле­ние на точку весеннего равноденствия ***ϓ***. Если задан день года, в который гелиоцентрическая долгота Земли $l\_{0}$ имеет определенное значение, то сначала следует отметить на чертеже расположение Земли, а затем уже наносить на этот же чертеж расположения планет либо по их известной гелиоцентрической долготе $l$, либо по заданным конфигурациям. Гелиоцентрическая долгота Земли $l\_{0}$ в определенные дни года может быть также найдена по геоцентрической долготе Солнца $λ\_{С}$ в эти же дни, так как если построить подобную систему эклиптических координат с началом в центре Земли, то всегда

, (4)

поскольку Солнце и Земля всегда находятся на противоположных концах одного радиуса-вектора (рис. 3). Но геоцентрическая дол­гота $λ$планеты не связана подобной зависимостью со своей гелио­центрической долготой$l$, что легко усматривается из чертежа (рис. 3), и равенство

 (5)

действительно лишь для определенных конфигураций планет.

Построив по гелиоцентрическим долготам положения планет от­носительно Солнца, можно измерить транспортиром их геоцентричес­кие долготы *λ*  и по разности

 (6)

определить условия их видимости с Земли, полагая, что в среднем планета становится видимой при удалении от Солнца на угол около 15°. В действительности же условия видимости планет зависят не только от их удаления $∆λ$, от Солнца, но также от их склонения $δ$ и от географической широты ***φ*** места наблюдения, которая влияет на про­должительность сумерек и на высоту планет над горизонтом.

Рисунок 3

Так как положение Солнца на эклиптике хорошо известно для каждого дня года, то по звездной карте и по значениям $∆λ$, легко ука­зать созвездие, в котором находится планета в тот же день года. Реше­ние этой задачи облегчается тем, что на нижнем обрезе карт Малого звездного атласа А. А. Михайлова красными числами проставлены даты, в которые отмеченные ими круги склонения кульминируют в среднюю полночь. Эти же даты показывают приблизительное положе­ние Земли на своей орбите по наблюдениям с Солнца. Поэтому, опре­делив по карте экваториальные координаты $α\_{0}$ и$δ\_{0}$ точки эклиптики, кульминирующей в среднюю полночь заданной даты, легко найти для этой же даты экваториальные координаты Солнца



и по ним показать его положение на эклиптике.

По гелиоцентрической долготе планет легко вычислить дни (даты) наступления их различных конфигураций. Пусть в некоторый день года $t\_{1}$  гелиоцентрическая долгота верхней планеты есть $l\_{1}$, а гелиоцент­рическая долгота Земли $- l\_{01}$ (рис. 4). Верхняя планета движется медленнее Земли (***n<***$n\_{0}$), которая догоняет планету, и в какой-то день года $t\_{2}$  при гелиоцентрической долготе планеты $l\_{2}$ и Земли $l\_{02}$ наступит искомая конфигурация планеты.

Рисунок 4

Тогда

 (8)

и

 (9)

откуда, обозначив ,  и $, $по­лучим

 (10)

и найдем

 (11)

 Легко видеть, что $∆l\_{0}- ∆l=L$ представляет собой угловой путь Земли по орбите, проходимый Землей с относительной угловой ско­ростью  за промежуток времени $∆t$. Поэтому для вычисле­ния  можно полагать планету неподвижной и, взяв разность *L*меж­ду разностями гелиоцентрической долготы Земли и планеты в моменты времени $t\_{2}$ и $t\_{1}$ (или, найдя *L* по чертежу), сразу определить . Для вычисления же гелиоцентрической долготы планеты $l\_{2}$ и Земли $l\_{02}$ на дату  используются формулы (8) и (9).

Очевидно, те же формулы (8)—(11) служат для вычисления дней наступления конфигураций нижних планет с той лишь разницей, что из-за большей скорости движения нижней планеты по сравнению со скоростью движения Земли в формулы следует подставлять  и дугу *L*, которую проходит нижняя планета от одной конфигурации до другой при условии неподвижной Земли (рис. 5).

 Все рассмотренные выше задачи следует решать приближенно, округляя значения ***а***до 0,01 а. е., ***Т*** и ***S*** — до 0,01 года и — до целых суток.

 Пренебрегая незначительным наклонением орбит больших планет и полагая их находящимися на эклиптике, можно по величине угло­вого удаления $∆l$, планеты от Солнца вычислить ее высоту в опреде­ленный момент времени (рис. 6). Очевидно,

, (12)

где — угловое расстояние Солнца от истинного горизонта, отсчи­тываемое вдоль эклиптики, а  — угол между эклиптикой и истинным горизонтом в тот же момент времени.

Рисунок 5

Рисунок 6

1. ***Порядок выполнения работы***
2. Вывести зависимость средней угловой и линейной скорости заданной планеты от ее среднего расстояния от Солнца, выразив каждую ско­рость через соответствующую скорость Земли.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Планета |
|  | Мер­курий |
|  | Венера |
|  | Марс |
|  | Юпитер |
|  | Сатурн |
|  | Уран |
|  | Неп­тун |

1. Вычислить среднюю угловую и линейную скорость, а также сидерический и синодический периоды обращения заданной планеты.
2. Определить гелиоцентрическую долготу Земли и планеты по её конфигурациям.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Планета | 21 марта | 22 июня | 23 сентября | 22 декабря |
|  | Мер­курий | н.с. | з.э. | в.с. | в.э. |
|  | Венера | з.э. | в.э. | в.с. | н.с. |
|  | Марс | в.с. | З.к. |  | В.к. |
|  | Юпитер |  | в.с. |  | С. |
|  | Сатурн |  | с. | п. |  |
|  | Уран |  | п. | с. |  |
|  | Неп­тун | п. |  |  | с. |

Обозначения: нижнее соединение — н. е.; верхнее соединение — в. с.; наибольшая восточная элонгация — в. э.; наибольшая западная элонгация — з. э.; соединение — с.; противостояние — п.; западная квадратура — з. к.; восточная квадратура — в. к.

1. По известной дате указанной ниже конфигурации, взятой из Астрономического календаря-ежегодника, вычислить дату очередной такой же конфигурации заданной планеты.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант | Планета | Конфигурация  |
|  | Мер­курий | з.э. |
|  | Венера | в.э. |
|  | Марс | с. |
|  | Юпитер | п. |
|  | Сатурн | с. |
|  | Уран | п. |
|  | Неп­тун | с. |

1. Указать для той же даты конфигурацию Земли по наблюдениям с той же планеты.
2. По значениям гелиоцентрической долготы определить видимость двух планет в заданный день года, указать созвездия, в которых на­ходятся планеты, и вычислить ближайшие даты наступления их конфигураций.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Заданный день | Планеты | Конфигурация  |
|  | 2 марта | Мер­курийМарс | в.э.п. |
|  | 11 апреля | ВенераЮпитер | в.с.с. |
|  | 10 июня | МарсВенера | с.в.э. |
|  | 1 мая | ЮпитерМер­курий | п.з.э. |
|  |  | Сатурн |  |
|  |  | Уран |  |
|  |  | Неп­тун |  |

1. Для вычисленной в пункте 6 даты определить:
2. гелиоцентрическую долготу Земли и тех же планет;
3. геоцентрическую долготу тех же планет и Солнца.
4. По известной дате определенной конфигурации заданной планеты вы­числить ближайший день наступления другой ее конфигурации.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Планета | Дата | Конфигурация  | Вычислить дату наступления |
|  | Мер­курий | 20 марта | з.э. | в.э. |
|  | Венера | 29 января | в.э. | н.с. |
|  | Марс |  | с. |  |
|  | Юпитер |  | п. |  |
|  | Сатурн |  | с. |  |
|  | Уран |  | п. |  |
|  | Неп­тун |  | с. |  |

1. Вычислить синодический период обращения малой планеты.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант | Малая планета | , км |
|  | Андромаха | 482,76·106 |
|  | Фотографика | 331,51·106 |
|  | Урания | 353,95·106 |
|  | Глазенапия | 327,77·106 |
|  | Полигимния | 429,65·106 |
|  | Эскулапия | 474,23·106 |
|  | Психея | 436,83·106 |

1. По синодическому периоду обращения, выраженному в годах, вычислить звездный период обращения и величину большой полуоси орбиты малой планеты.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант | Малая планета |  |
|  | Владилена | 1,398 |
|  | Россия | 1,324 |
|  | Лидия | 1,284 |
|  | Крымея | 1,276 |
|  | Бредихина | 1,215 |
|  | Пулкова | 1,218 |
|  | Белопольския | 1,191 |

1. Пренебрегая наклонением орбиты Венеры, вычислить ее наи­большую возможную высоту в момент захода Солнца в указанном городе.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Малая планета |
|  | Астана |
|  | Алматы |
|  | Киев |
|  | Москва |
|  | Ташкент |
|  | Иркутск |
|  | Тбилиси |

1. Указать время года, в которое Венера может иметь вычислен­ную высоту, полученную в пункте 11.
2. ***Отчет по работе***

 Отчет по практической работе должен быть представлен в виде реферата с подробным описанием использованных формул, чертежей и расчетами выполненных заданий.

Необходимые для заполнения таблицы представлены ниже.

2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Планета |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Планета |  |  |  |
|  |  |  |  |

4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Планета | Конфигурация |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

5. Планета\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Земля | Дата | Конфигурация |
|  |  |

6.

Чертеж прилагается

Дата ti = S = Дата t2 =

6.         Земля            Дата   Конфигурация

7.         Формулы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Планета | Л | h | AX | Созвездие | » | An | Al | L | At | tz | Конфигурация |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Чертеж прилагается.

8. Дата t2 =   Xq —

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Небесное тело | Л | n-At | h | AX2 | X2 |
| Земля Планета |   |   |   |   |   |
| 9.Планета |   | Конфигурация(М | AXj | A/i | Конфигурация | ! AX2 | A/2 | L | n | Aaz | А/ | t2 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

10. Малая планета

lga= Г-1

31g a --=        S =

т =

a3 =

И. Малая планета S = 5— 1 = Т =

lg т =

21g Т = lga =

12 и 13. Чертеж прилагается.

Город ср =

£ =       у, =

Венера АХ = Солнце с = АХ + а = Время года

/сж — а.е.

Формулы

7\*2 .

а :

90° — <р = sin х = sin(AX -f- <т) = sin h = h :